

Конкурс по математике и физике «Школа Физтеха 2019»

Правила и рекомендации:

- Не используйте калькулятор в решениях.
- Пишите подробные выкладки и/или объяснения, чтобы нам было проще понять, как Вы пришли к полученным ответам.
- Вам предложены 9 задач по математике и 5 задач по физике различной сложности. Не расстраивайтесь, если некоторые из них кажутся слишком трудными. Даже одна правильно решенная задача – это уже хорошо! Постарайтесь решить как можно больше задач, чтобы проверить собственные силы и получить больше полезных рекомендаций от наших репетиторов. Удачи!

Задания по математике

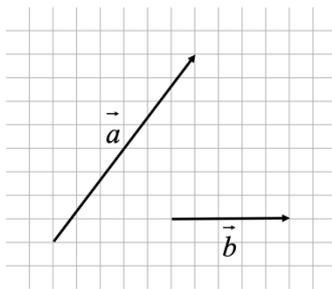
1. (2 балла) Алиса зашла в магазин в Стране чудес, и купила апельсин и 2 яблока за 11 монет. Затем в этот магазин вошёл Чеширский Кот. За апельсин и 3 яблока он заплатил 14 монет. Сколько стоит апельсин, а сколько – яблоко?
2. (2 балла) В треугольнике ABC BK – биссектриса, $\angle A = 60^\circ$, $\angle KBC = 30^\circ$, $AK = 5$ дм. Найдите периметр треугольника.
3. (3 балла) Каждый участник онлайн-конкурса, набравший минимум 25 баллов, получит от репетиторского центра «Школа Физтеха» подарочный сертификат на месяц обучения со скидкой

$$\frac{(y + h)(h + y)(y + 1) + yh(y + 2h - 2) + h^3 - (y^2 + h^2)}{0,04(y + h)^3}$$

процентов. В этой формуле y – год рождения участника, h – его рост в сантиметрах. Какую скидку получит участник 1995 года рождения ростом 168 см, если наберёт 30 баллов?

4. (2 балла) Диагональ прямоугольного монитора равна 20 см, а стороны относятся как 3:4. Вычислите площадь монитора.
5. (2 балла) Знайка придумал геометрическую прогрессию со знаменателем 3 и посчитал, что сумма первых пяти членов равна 242. Найдите первый член данной прогрессии.

6. (3 балла) Найдите косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} , показанными на рисунке.



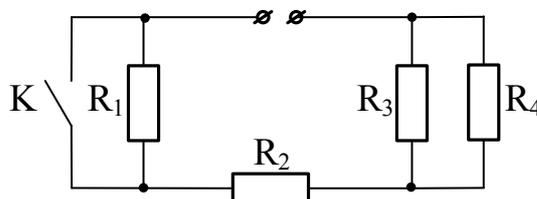
7. (3 балла) Вычислите:

$$\frac{\sqrt{3}(\sin 1080^\circ - 2)^3}{1 - 2\sin^2 15^\circ}.$$

8. (3 балла) Из точки A к плоскости α проведён перпендикуляр $AH = 4\sqrt{3}$. Точки B и C расположены в плоскости α так, что AC – расстояние от точки A до отрезка BC , $\angle CAH = 30^\circ$, $HB = 2\sqrt{13}$. Найдите площадь треугольника ABC .
9. (10 баллов) Каждый из участников конкурса знаком ровно с 9 другими участниками, а среди любых 11 участников есть минимум 2 знакомых. Каким может быть наибольшее количество участников конкурса?

Задания по физике

1. В эстафете участвовала команда «АВ», состоящая из Андрея и Вали. Андрей бежал 20 минут со скоростью 0,3 км/мин, а Валя пробежала 5 км со скоростью $3\frac{1}{3}$ м/с.
- (1 балл) Кто бежал дольше?
 - (1 балл) Кто преодолел большее расстояние?
 - (1 балл) Найдите среднюю скорость команды «АВ» на всём пути.
2. Напряжение на полюсах источника тока составляет 220 В. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 40$ Ом, $R_2 = 120$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $R_4 = 20$ Ом. Определите силу тока, вытекающего из источника, когда ключ K
- (1 балл) разомкнут;
 - (1 балл) замкнут.



3. (3 балла) Вертолёт завис в воздухе, а затем стал снижаться по некоторой прямой с ускорением 15 м/с^2 . Сила тяги двигателя вертолётa при снижении составляла $25\sqrt{5}$ кН и была направлена горизонтально. Найдите массу вертолётa. Сопротивление воздуха не учитывайте. Считайте, что ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 .
4. (2 балла) Во время заправки баллона газом до 18 МПа температура газа увеличилась до 333 К. Определите давление газа после охлаждения баллона до 23°C . Газ считайте идеальным.
5. (10 баллов) Витя нарезал из пластинки пластмассы круг и кольца одинаковой ширины (рис. 1), из которых стал складывать «пирамидки» (на рис. 2 показан вертикальный разрез верхней части такой пирамидки). Пластик настолько скользкий, что его можно перемещать по горизонтальной поверхности без затрат энергии. Витя обнаружил, что для сооружения «трёхэтажной» пирамидки пришлось совершить работу A_3 . Какую работу ему нужно совершить, чтобы увеличить число этажей с 40 до 50?

Задача предложена известным учителем И.М. Гельфгатом.

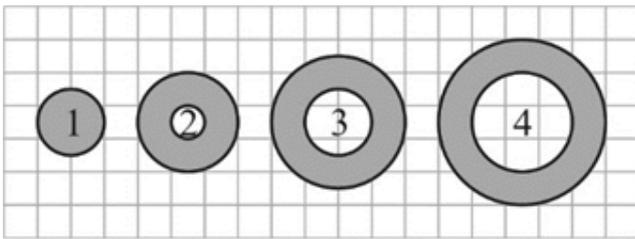


Рис. 1

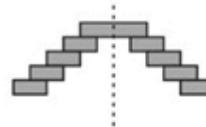


Рис. 2